

Temă pentru acasă - partea B.

5 puncte [1p: B1] + [1p: B2] + [3p: B3]

B1. (1 punct) Volumul unui elipsoid triaxial

$$E(a, b, c) = \left\{ (x, y, z) : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1 \right\} \subseteq [-a, a] \times [-b, b] \times [-c, c]$$

este $\frac{4}{3}\pi abc$. Estimați acest volum utilizând metoda Monte Carlo pentru $a = 2, b = 3, c \in \{5, 6\}$ și comparați rezultatul cu valoarea exactă. Folosiți eșantioane de dimensiune 10000, 20000 și 50000 și calculați erorile relative.

B2. (1 punct) Estimați valorile următoarelor integrale și comparați rezultatul cu valorile exacte:

$$(a) \int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \lim_{a \rightarrow +\infty} \int_0^a \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}; (b) \int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx = \frac{1}{2}.$$

B3. (3 puncte) În rețeaua socială Y apar zilnic conturi create de IA care trebuie închise conform reglementărilor din domeniu. Numărul de astfel de conturi găsite în ziua i , notat cu X_i , este distribuit $Poisson(\min(X_{i-1}/2, X_{i-2} - 1))$. Presupunem că în primele două zile au fost găsite 40 și 36 astfel de conturi, respectiv.

- (a) (1 punct) Care este numărul mediu de zile după care toate conturile vor fi șterse?
- (b) (1 punct) Estimați probabilitatea ca după 5 de zile toate conturile să fi fost îndepărtate.
- (c) (1 punct) Estimați din nou aceeași probabilitate cu o eroare de ± 0.01 cu probabilitate 0.99.

(Folosiți $N = 1000$ de simulări ("runs") pentru estimatorul Monte Carlo.)