

**Temă pentru acasă - partea A.**

**5 puncte [2p: A1] + [2p: A2] + [1p: A3]**

**A1.** (2 puncte) Distribuția Laplace are funcția de densitate definită prin

$$f(x) = \frac{1}{2b} e^{-\frac{|x-\mu|}{b}},$$

unde  $\mu \in \mathbb{R}$  este un parametru de *poziție*, iar  $b > 0$  este un parametru de *dispersie*.

- (a) (1 punct) Simulați  $n = 10000$  observații din distribuția Laplace cu următorii parametri:  $\mu = 0$ ,  $b \in \{1/2, 1, 2, 4\}$ .
- (b) (1 punct) Pentru fiecare set de parametri, reprezentați grafic densitatea teoretică și suprapuneți o histogramă a eșantionului de mai sus.

**A2.** (2 puncte) Verificați (sau explicați eșecul) legii numerelor mari (LLM) pentru fiecare dintre următoarele cazuri:

- (a) (1 punct) Distribuția hipergeometrică cu parametrii  $n_1 \in \{10, 40\}$ ,  $n_2 \in \{7, 10\}$ ,  $k = 5$  (vezi Cursul 5):
  - Calculați mediile eșantionului pentru dimensiuni ale acestuia de  $10^i$ ,  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$  și comparați cu  $\mathbb{E}[X] = kn_1/(n_1 + n_2)$ .
  - Reprezentați grafic mediile în funcție de dimensiunea eșantionului.
- (b) (1 punct) Distribuția Cauchy cu parametrii  $l = 0$ ,  $s \in \{1, 2, 5\}$ :
  - Calculați mediile eșantionului pentru dimensiuni ale acestuia de  $10^i$ ,  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .
  - Reprezentați grafic mediile în funcție de dimensiunea eșantionului.

**A3.** (1 punct) Verificați teorema limită centrală (TLC) pentru distribuția geometrică cu  $p = 0.25$ , *adică*:

- Pentru  $n = 5, 10, 30, 50, 100$  (dimensiuni ale eșantionului), generați 10000 medii de eșantion;
- Standardizați și comparați funcția de repartiție empirică cu funcția de repartiție a distribuției normale.

**Sugestii:** Eșantioanele variabilelor aleatoare cerute pot fi generate în R folosind funcțiile: `rlaplace`, `rhyper`, `rcauchy`, `rgeom`.

Soluțiile acestor exerciții (funcțiile R corespunzătoare și apelurile lor) vor fi scrise într-un singur script R.