Seminar 4

1. Rezolvaţi următoarele sisteme liniare

a. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix};$

b. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}.$

2. Considerăm următoarele matrici:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 5 & -4 \\ -3 & -4 & 14 \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 4 & -1 \\ -2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Calculaţi o descompunere LU a matricei A, în următoarele situaţii

- L este o matrice inferior triunghiulară cu $l_{ii} = 1, \forall i$, iar U este o matrice superior triunghiulară.
- L este o matrice inferior triunghiulară iar U este o matrice superior triunghiulară cu $u_{ii} = 1, \forall i$.

3. Pentru fiecare dintre matricele de mai jos, calculaţi o matrice de permutare P, o matrice inferior triunghiulară L, cu $l_{ii} = 1, \forall i$, o matrice superior triunghiulară U, astfel încât $PA = LU$.

$$\textbf{a. } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \quad \textbf{b. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 7 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix};$$

$$\textbf{c. } A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}; \quad \textbf{d. } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0.5 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Să se rezolve, folosind o descompunere LU sistemul $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ definit prin:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_3 & = 2 \\ 6x_1 + x_2 + x_3 & = 2 \\ -3x_1 + x_2 + & = 5 \end{cases}.$$