Tema nr. 1

1. Să se găsească cel mai mic număr pozitiv $u > 0$, de forma $u = 10^{-m}$, unde $m \in \mathbb{N}$, astfel ca:
$$1.0 +_c u \neq 1.0$$
unde prin $+_c$ am notat operaţia de adunare efectuată de calculator. Numărul u poartă numele de *precizia maşină*.

2. Operaţia $+_c$ este *neasociativă*: fie numerele reale $x = 1.0$, $y = u/10$, $z = u/10$, unde u este precizia maşină calculată anterior (acea valoare pentru care $1.0 +_c u \neq 1.0$ şi $1.0 +_c u/10 = 1.0$). Să se verifice că operaţia de adunare efectuată de calculator nu este asociativă, i.e.:
$$(x +_c y) +_c z \neq x +_c (y +_c z).$$
Găsiţi numerele reale x, y, z pentru care operaţia $\times_c$ este neasociativă:
$$(x \times_c y) \times_c z \neq x \times_c (y \times_c z).$$

3. **Aproximarea funcţiei tangenta**

   Implementaţi metoda de aproximare polinomială a valorii funcţiei tangentă. Să se aplice această metodă de aproximarea funcţiei tan, pentru argumente $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$. Pentru valori ale lui x care nu sunt în intervalul $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ se foloseşte periodicitatea funcţiei tangenta (se face o împărţire cu rest) şi antisimetria, $\tan(x) = -\tan(-x)$. Valorile lui x multiplu de $\frac{\pi}{2}$ trebuie tratate separat.

   Să se compare valoarea funcţiei tangenta obţinută prin metoda polinomială descrisă mai jos cu valoarea furnizată de tangenta implementată în biblioteca matematică a limbajului de programare pe care îl folosiţi. Afişaţi $|\tan(x) - \text{my\_tan}(x)|$.

   Generaţi 10.000 de numere in $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, $\{x_i \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}); i = 1, 10.000\}$. Calculaţi suma erorilor de calcul:
$$\sum_{i=1}^{10000} |\tan(x_i) - \text{my\_tan}(x_i)|$$
   Calculaţi timpul de calcul al celor 10000 de valori ale funcţiei tangente folosind biblioteca şi separat timpul de calcul folosind metoda polinomială.

Aproximarea funcţiei tangentă folosind polinoame

Pentru a aproxima funcţia tangentă se poate folosi următorul polinom, dedus folosind aproximarea cu serii MacLaurin a funcţiilor:

$$\tan(x) \approx x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{17}{315}x^7 + \frac{62}{2835}x^9 = x + P(x^2)x^3$$

Pentru a reduce timpul de calcul, coeficientii ce apar în formula de mai sus vor fi calculaţi o singură dată şi declaraţi ca atare în funcţia ce calculează polinomul de mai sus. Nu e necesar să scrieţi o funcţie separată pentru polinomul P ci folosiţi direct formula în funcţia de calcul a valorii aproximative a funcţiei tangete.

```
c1 = 0.33333333333333333;
c2=0.13333333333333333;
c3=0.053968253968254;
c4=0.0218694885361552;
my_tan (x)
  x_2=x*x;
 x_3=x_2*x;
 x_4=x_2*x_2;// ;
 return ...
```

Veţi constata că această formulă de aproximare funcţionează mai bine dacă $x \in (-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$. Pentru a reduce argumentele $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ în intervalul $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$, se ţine cont de proprietatea de antisimetrie şi de următoarea relaţie:

$$\tan(x) = \frac{1}{\tan(\frac{\pi}{2} - x)} \quad , \quad x \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}).$$